(11.1) Пусть число $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2021}\right)=a$, 11-01

а число $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2022}\right)=в$.

Очевидно, что $в>a$ и $в=a+\frac{1}{2022}$.

Тогда числа $\frac{1}{2021}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2021}\right)$ и $\frac{1}{2022}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots\frac{1}{2022}\right)$ можно записать в виде:

$$\frac{1}{2021}a \qquad \frac{1}{2022}в$$

$$\frac{1}{2021}a \qquad \left(a+\frac{1}{2022}\right)\frac{1}{2022}$$

Причем $a>1$, $в>1$. Сравним выражения:

$$\frac{a}{2021} \qquad \frac{a}{2022}+\frac{1}{2022^2}$$

$$\frac{a}{2021} \qquad \frac{2022a+1}{2022^2} \quad \Big| \cdot 2021$$

$$a \qquad \frac{(2022a+1)2021}{2022^2}$$

11-01

$$a \qquad \frac{2022\cdot 2021a+2021}{2022^2}$$

$$a \qquad \frac{2021}{2022}a+\frac{2021}{2022^2} \quad \Big|\cdot 2022$$

$$2022a \qquad 2021a+\frac{2021}{2022}$$

$$2021a+a \qquad 2021a+\frac{2021}{2022}$$

$$a \quad > \quad \frac{2021}{2022}$$

Т.к. $a>1$, то $a>\frac{2021}{2022}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ число $\frac{1}{2021}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2021}\right)$ бол

Ответ: $\frac{1}{2021}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2021}\right)$.

11.2

$$2x^2+y^2=2xy+3y \qquad x\in Z$$

$$2x^2-2xy=3y-y^2 \qquad y\in Z$$

$$2x(x-y)=y(3-y)$$

~~Очевидно, что при значении $(0;0)$ обе части~~

$y=2$ $\quad 2x(x-y)=y(3-y)$ 11-01

$2x(x-2)=2\cdot 1$

$2x^2-4x-2=0$

$x^2-2x-1=0$

$\Delta=4+4=8$ x будет ирран. $\notin \mathbb{K}$

2. $y=3$ $\quad 2x(x-3)=0$

$2x^2-6x=0$

$2x(\cancel{x}-3)=0$

$x=0$ $\quad x=3$

4

Получаем пары $(0;3)$ и $(3;3)$

$y=0$ $\quad 2x^2=0$

$x=0$ $\quad (0;0)$ Такая пара уже есть

3. $y<0$ $\quad y=-1$ $\quad 2x(x+1)=-4$

$2x^2+2x+4=0$

$x^2+x+2=0$

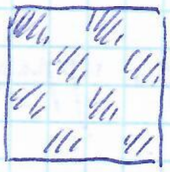
$\Delta=1-4$ решений нет.

Аналогично с другими значениями y при $y<0$. ~~Тог~~ ~~Реш~~

Тогда решением являются 3 пары:

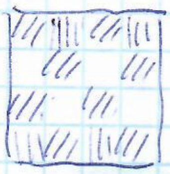
Ответ: $(0;0)$; $(0;3)$; $(3;3)$

11.4 При правильной игре игроки будут
11-01 закрашивать клетки по диагоналям
(это они сделают за 8 ходов):



Игра после 8 ходов.
Последний 8й ход делает
партнер.

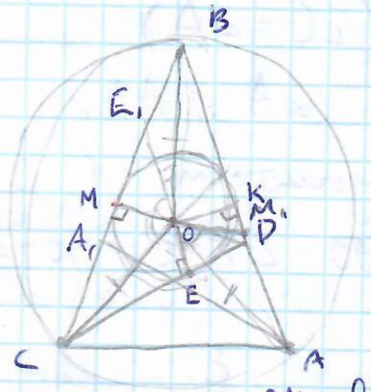
Об



Еще за 4 хода игроки
оставят только 4 (решающих)
клетки. 12й ход делает
партнер. 13й ход будет проигрышным,
т.к. при любом раскладе игрок
получит квадрат 2x2. 13й ход
делает начинающий.

Ответ: начинающий.

11.3.



Дано: $\triangle ABC$, $\triangle BCD$; окр. ABC и окр. BCD — один центр.

~~∠BCD = ∠~~

CD — биссектр.

Найти: ∠A, ∠B, ∠C.

11-01

Решение:

1) Проведем ~~пер~~ касат. OM и OE в меньшей окр. Тогда
$CM = CE$, $\angle MOC = \angle COE = 90 - \angle OCE =$
$= 90 - \frac{C}{4}$. $\angle MOE = 2(90 - \frac{C}{4}) = 180 - \frac{C}{2}$.

5б

2) Продолжим перпенд. MO и EO до MM_1 и EE_1. $\angle MOE = \angle M_1OE$ (как вертик).
Тогда $\angle E_1OM = \angle EOD = 360 - 2(180 - \frac{C}{2}) =$
$= 360 - 360 + C = C$ (равны как вертик)

~~3) ∠BOM = ∠COM, OM - общ~~

~~3) OC = OA = OB (радиусы)~~

3) OB - общ.
OC = OA (радиусы)
∠CBO = ∠ABO (т.к. △CBO и △ABO - равнобед).
∠BCO = ∠OAB
⇒ △OCB = △AOB.

4) Т.к. △AOB = △OCB, то BC = AC. △ABC —

!

равнобедренный ($\angle C = \angle A$).

1 11-0 5) Проведем биссектр. $\angle A$ AA_1.

По аналогии с пунктом 1 $\angle OAD = \frac{c}{4}$

6) $\triangle BOM$: $\angle OBM = 90 - \angle BMO = 90 - \angle CMO =$

$= 90 - 90 + \frac{c}{4} = \frac{c}{4}$.

$\angle B = 2\angle OBC = \frac{c}{4} \cdot 2 = \frac{c}{2}$.

7) $\triangle ABC$:

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\angle C + \angle \frac{c}{2} + \angle C = 180^\circ$

$2{,}5 \angle C = 180^\circ$

$\angle C = \frac{180}{2{,}5} = \frac{180 \cdot 2}{5} = \frac{360}{5} = 72^\circ$

$\angle A = \angle C = 72^\circ$

$\angle B = 180 - (\angle A + \angle C) = 180 - 144 = 36^\circ$

Ответ: 72°, 72°, 36°

Очевидно, что для значений (0; 0) равенство верно, т.к. обе части зануляются

Проанализирую уравнение

$2x(x-y) = y(3-y)$ для различных значений $(x; y)$ и расставлю знаки („+" – выр. положит., „–" – выр. отриц.)

1) $x>0$, $y<0$

$$\overset{+}{2x}(\overset{+}{x-y}) = \overset{-}{y}(\overset{+}{3-y})$$

Слева знак „+", справа знак „–".

$\Rightarrow$ Таких значений, где $x>0$, $y<0$ не существует.

2) $x<0$, $y>0$

$$\overset{-}{2x}(\overset{-}{x-y}) = \overset{+}{y}(3-y)$$

$3-y>0$, при $y<3$.

Тогда $x-y<0 \Rightarrow x<y$ (подходит)

Если $y>3$, то правая часть имеет знак „–", что не соответствует левой части со знаком „+".

Значит, если $y>0$, то $y<3$, $y \in (0; 3)$ $(x<0)$.

3) $x > 0,\ y > 0$ $\quad 2x(x-y) = y(3-y)$

11-0 Из пункта 2 $y \in (0;3)$ (для положит. y), тогда $3-y < 0$ и $x-y<0 \Rightarrow x<y$.

4) $x<0,\ y<0$ $\quad 2x(x-y) = y(3-y)$

При любых $y \in (0, +\infty)$ $3-y>0$, тогда $x-y>0$, $x>y$.

Итог: ~~выражение может~~ обе части неравенства могут быть равны при:

1. $x<0,\ y<0\ (x>y)$;
2. $y \in (0;3),\ x<y$
3. $y \in (0;3),\ x<0$

$\Rightarrow y\in(0;3),\ x<y$.

4. $y=3$, или $y=0$ или $x=0$ (т.к. эти значения зануляют одну из частей равенства).

Теперь проверим все пункты:

$y\in(0;3)$ $\quad 2x(x-y)=y(3-y)$

$y=1 \quad \rightarrow \quad 2x(x-1)=2$

$$2x^2-2x=2$$

$$x^2-x-1=0$$

$D = 1+4=5$ корни иррац. $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ x не сущ.